



יפעת שכטר | מורה למתמטיקה בחטיבת הביניים ובתיכון מזה 22 שנה. מלמדת בחטיבת הביניים רודמן בקריית ים. אימא לשלושה ונשואה באושר לערן. פרס טראמפ להוראה איכותית, 2020.

מאוריגמי ועד מתכון לסלט: להרגיש את המתמטיקה בדרך להצלחה

איך גוזרים גיאומטריה? ומה בין הוכחה מתמטית לבית המשפט? כשספר הלימוד פוגש את החיים

אם נשפוט דג על פי היכולת שלו לטפס על עצים, הרי שאנו חורצים את כישלוננו. לעומת זאת, בשחייה הוא דווקא יוכל להצטיין. משל הדג הזה הוצג בסרטון שבו צפיתי, ובו החינוך עמד למשפט והואשם בכך שמוסד בית הספר לא השתנה במשך דורות. הסרטון העניק לי השראה וגרם לי לתהות, כמורה למתמטיקה, מה אנחנו, המורים, יכולים לטעת היום בתלמידים כדי שייטיבו להיות אנשי המחיר?

התלמידים בכיתה שלנו מגוונים. כל אחד חושב בצורה קצת שונה וניגש לפתרון בדרך המתאימה לו. אם נלמד אותם שיש רק דרך אחת, הרי שנקשה עליהם למצוא את זו הנכונה להם, הדרך שתאפשר להם להצליח.

במקומות עבודה נפוצה שיטת סיעור המוחין כדי למצוא פתרון לבעיות. כל אחד מציע רעיון מעט שונה ומכירה את הרעיונות של חבריו. ניתן להסיק מכך שהגיוון הכרחי להצלחה, וכי חשיבה על פתרונות מגוונים היא מיומנות שלה יידרשו התלמידים שלנו גם בעתיד. לצד אלה, חשובה

החשיבה היצירתית מחוץ לקופסה, המאפשרת ליצור יש מאין ולפתח רעיונות חדשים ומקוריים. אם כן, למה שבית הספר לא יעודד זאת? כמעט בכל הזדמנויות (השתלמויות, ימי עיון, הרצאות וכדומה) חוזרת המנטרה "כל תלמיד צריך מבוגר אחד שיאמין בו". אם נסב זאת לשיעורי מתמטיקה - לצד ההוכחות בגיאומטריה, כל תלמיד ותלמידה זקוקים למורה שיוכיח להם שהם מסוגלים, כל אחד על פי רמתו וכישרונותיו.

במאמר זה אציג דרכים שונות להוראת מתמטיקה, שאפשרו לי להגיע אל התלמידים מכיוונים שונים ולפתח בהם ביטחון עצמי ותחושת מסוגלות. דרכים אלו חושפות בפני התלמידים את החוזקות שלהם, שאיתן יוכלו להצליח. הסוד טמון בגיוון ההוראה, כך שכל אחד ימצא את הדרך המתאימה לו להתקדם. על המורה מוטלת האחריות למצוא, בעזרת השיטות הללו, את האופן שבו ניתן לקדם את התלמידים המתקשים, לצד טיפוח התלמידים המתקדמים.

אוהבים אומנות, עושים מתמטיקה

פתרון בעיות במתמטיקה מצריך מהתלמידים, בעיקר ברמות הגבוהות, לחשוב מחוץ לקופסה. שאלות רבות בבחינות הבגרות בנויות כך שלצד הטכניקה נדרשת הבנה עמוקה המחייבת את התלמידים להיות יצירתיים ולראות את הדברים אחרת.

הסוד טמון בגיוון ההוראה, כך שכל אחד ימצא את הדרך המתאימה לו להתקדם

חשוב שגם אנו, המורים, נחשוב באופן שונה, נהווה דוגמה אישית עבור התלמידים ונציג להם דרכים שונות ללמוד ולהגיע לפתרון. ספר הלימוד, מצוין ככל שיהיה, הוא רק המלצה לארגון נושאי הלימוד או לרצף ההוראה, אך אם "נצא מהספר", נגלה את המתמטיקה בחיי היום יום בדיונים עם התלמידים, באומנות, במדעים, במשחקי מחשב ועוד. בהוראת המתמטיקה שלי אני עושה מאמצים רבים להביא את העושר הזה לשיעור. אני מאמינה שתלמיד ש"מרגיש" את המתמטיקה היום ילמד לאהוב אותה מחר וישתמש בה בתחומים שונים, כמו גם במקום העבודה.

ניקח למשל את נושא היחס, הפרופורציה וקנה המידה הנלמד בחטיבת הביניים ומופיע תדיר בספרי הלימוד השונים. תלמידים מסוימים עשויים לפתור את כל התרגילים בספר ולשנן את דרכי הפתרון לסוגים שונים של תרגילים או להתבונן בדוגמה שהמורה פותרת על הלוח "ולחקות" אותה.

לצד זאת, באותה כיתה ובאותה רמה של מסוגלות מתמטית, יושבים תלמידים שצריכים "להרגיש" את המתמטיקה, או במקרה זה -

להרגיש את המשמעות של היחס. לתלמידים כאלה יהיה יותר נוח להכין מיץ מתרכיז ומים ביחסים משתנים או לקצוץ סלט ביחסים שונים בין כמויות המלפפונים לכמויות העגבניות.

בכיתה נמצאים גם תלמידים מוכשרים ויצירתיים שאוהבים אומנות. הם יוכלו להפיק תועלת מהמושג יחס אם יקבלו משימה להכין שרשראות שונות שבהן נשמר היחס בין מספר החרוזים השחורים למספר החרוזים הלבנים, או ליצור גווני שונים של צבע על ידי שינוי היחסים בין הצבע הלבן לצבע האדום.

בסיום כל משימה ינהלו המורה והתלמידים דיון מתמטי: יסיקו מסקנות, יגיעו לתובנות, יכלילו למקרה אחר ועוד.

מערך שיעור שכזה נוטע בתלמידים מיומנויות של שאילת שאלות, חשיבה ביקורתית, שימוש במושגים מתמטיים, הנמקה, חשיבה לוגית, פיתוח יצירתיות, מיומנויות חברתיות ומיומנויות של דיון. אומנם שיעור מעין זה לא מופיע בספרי הלימוד, ודורש מהמורה חשיבה מחוץ לקופסה, אבל מניסיוני, כאשר הלמידה חווייתית ומותאמת לתלמיד היא משמעותית יותר, וככל שמתקדמים בלימוד הנושא קל להזכיר לתלמידים את "השיעור ההוא" ולקחת ממנו דוגמה.

ללמוד היום, להצליח מחר

בתחילת דרכי כמורה, כשהתלמידים היו שואלים אותי למה צריך ללמוד מתמטיקה, נהגתי לענות שהמתמטיקה היא "אם כל המדעים" וכי בעזרתה ניתן לתאר תופעות שונות על ידי מספרים. בחלוף השנים הגעתי למסקנה שלא מספיק להגיד, צריך לעשות. הקדמה הטכנולוגית העניקה לי הזדמנות ליצור סרטונים ומצגות, שסייעו לי להקנות נושאים מתמטיים דרך יישומם בחיי היום יום.



צילום: אוסף התצלומים הלאומי

לדוגמה, נקודה במערכת צירים יכולה להיות גם נקודת ציון של מקום שאליו מעוניינים להגיע. "רשת המשבצות", שעל פי האגדה דקארט ביקש לפרוש כדי לתאר את מיקומו של העכביש, יכולה להיות קווי האורך והרוחב של הגלובוס וכך אפשר לנווט. יצרתי סרטון אנימציה שמשמש הקניה לנושא הנקודות במערכת הצירים. קראתי לסרטון "הקשר בין כביש לעכביש" ובו הסברתי לתלמידים עד כמה הנושא שימושי, למשל בתוכנת הניווט Waze. בהמשך השיעור הראיתי לתלמידים שמערכת צירים בצורה זו או אחרת נמצאת גם במכשירים הניידים שלהם: כאשר הם נוגעים במסך המגע הם למעשה מסמנים למחשב להתייחס למידע הנמצא בנקודה שבה נגעו. ההתפעלות הייתה רבה, והמוטיבציה ללמוד את הנושא הייתה גבוהה בהתאם.

השראה נוספת קיבלתי מהחדשות, בעניין מגפת הקורונה. הדיווחים בחדשות עשו שימוש בנושאים מתמטיים רבים כמו גרפים,

סטטיסטיקה, הסתברות, חוקיות (מקדם הדבקה) ועוד. ניצלתי את ההזדמנות והסברתי לתלמידים את נושא החוקיות בעזרת שרשרת הדבקה וירטואלית, שבה כל חולה מדביק רק עוד אדם אחד. הדגשתי את היתרון המתמטי של החוקיות ככלי ניבוי וחישבנו כמה חולים יהיו לאחר תקופות זמן שונות.

דוגמאות נוספות לשימושים של המתמטיקה של חטיבת הביניים בחיי היומיום ניתן למצוא באתר i-Mat, שפיתחו בטכניון בסיוע קרן טראמפ.

דרך למידת המתמטיקה של חיי היום יום התלמידים מקבלים מוטיבציה ללמוד היום נושאים מתמטיים למען ההצלחה שלהם מחר. השימוש המתמטי, שבא לידי ביטוי בטכנולוגיות השונות ובנושאים אקטואליים מגוונים, מדגיש את חשיבות המתמטיקה ומעודד את התלמידים להיות סקרנים, לחקור ולגלות.

כמו כן, העיסוק היום יומי במתמטיקה מפתח בקרב התלמידים את המיומנות של חקר - גם מההיבט של לחקור איך פועלים הדברים וגם מההיבט של הלמידה כיצד לחקור.

"היום נגזור גיאומטריה"

אני זוכרת את עצמי משחקת עם המחוגה כתלמידה בשיעורי מתמטיקה. שרטוטי מעגלים נחתכים, מעגל בתוך מעגל וכן הלאה. מבלי להתכוון, עשיתי שימוש בכל מיני משפטים בגיאומטריה הקשורים בחיתוך שני מעגלים ובמעגלים בעלי מרכז משותף.

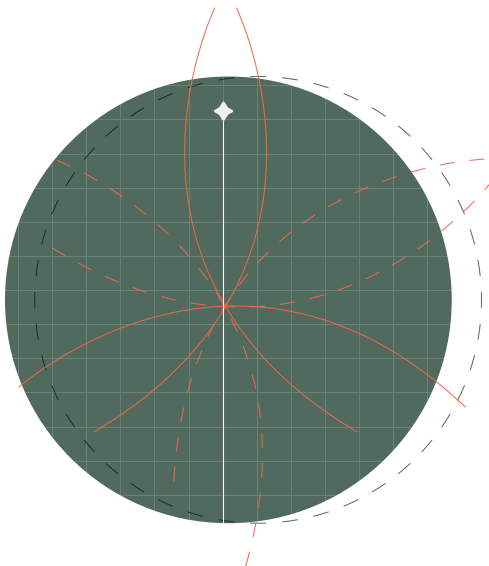
ציור בעזרת מחוגה וסרגל (למשל מנדלות) ממחיש לתלמידים את הגיאומטריה בדרך מהנה המאפשרת לציירים בכיתה לבוא לידי ביטוי. והרי לנו דרך נוספת לגיוון הוראת המתמטיקה שיש בה פן אומנותי.

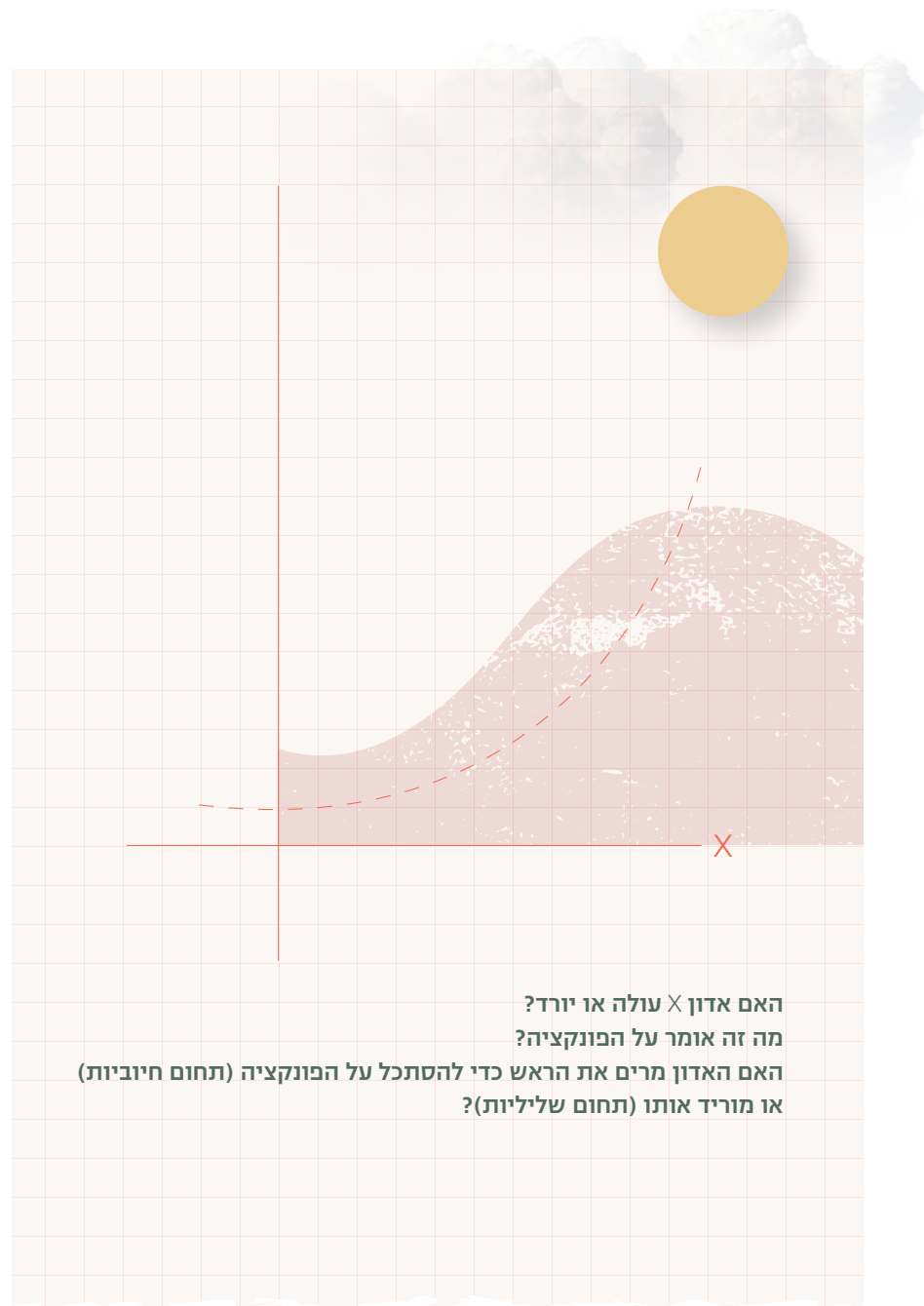
כל שעלינו לעשות הוא לבחור את הציור המתאים ביותר למטרת השיעור ולבקש מהתלמידים לצייר אותו. למשל בשרטוט של פרח: אפשר לדבר על מעגלים משיקים, לדון מה צריך להיות גודל הרדיוס של העיגול המרכזי ביחס לגודל הרדיוסים של העיגולים החיצוניים (עלי הכותרת) וכך הלאה. אפשר אף לשרטט פרח בעזרת מעגלים נחתכים ולדבר על מיתר משותף לשני מעגלים נחתכים, על משיקים ועוד. תלמידים מתקשים במיוחד יוכלו ליהנות מהשרטוט ומצביעת הציור גם אם לא ידעו לכתוב הוכחות גיאומטריות מפורטות. בדרך זו אנו, המורים למתמטיקה, מקבלים הזדמנות להעצים אותם ולחזק את הביטחון העצמי שלהם. כך יש לנו אפשרות לטעת בהם תחושת מסוגלות מתמטית, שבתקווה תתעצם בהמשך.

ומה לגבי אוריגמי? כמעט בכל שלב של קיפול נייר באוריגמי אפשר לדבר על המצולע שהתקבל ולהסביר מדוע הוא כזה ולא אחר בדרך מתמטית לוגית של הוכחה.

בשלב אחר של הקיפול אפשר לדבר על האלכסונים של המצולע (קו הקפל), צורות חופפות ומשולשים חופפים. כמובן שלא מספיק להגיד "הנה המשולשים החופפים" אלא יש לפתח דיון מתמטי, למשל: "איך ניתן לדעת שהמשולשים חופפים?" או "מה ניתן לומר על המצולע שהתקבל?".

במקום לומר לתלמידים: "היום נדבר על חוצה זווית הראש במשולש שווה שוקיים" או משפט פתיחה אחר בסגנון, ביקשתי מהתלמידים להביא לשיעור דף, סרגל ומספריים. אמרתי להם: "היום נגזור גיאומטריה". ההנחיה הייתה לקפל את הדף לשניים, לסמן קטע כך שייחוצר משולש בפינה של הדף בצידו המקופל ולגזור את הדף לאורך הקטע. והנה, כל מה שצריך לדעת על משולש שווה שוקיים נמצא מול עיני התלמידים. אני מבקשת מהתלמידים לחקור את הצורה שהתקבלה: האם היא בוודאות משולש או אולי מרובע? (עליהם להוכיח כי מדובר בזווית שטוחה, כלומר צלע של הדף) מה ניתן לומר על הצורה המקופלת? מה ניתן לומר על המשולש שהתקבל מהפתיחה של הקיפול? מה מיוחד בקו הקפל?





צריך לטפס על ההר, מה תהיה דרגת הקושי של המסלול? וכן הלאה.

הרעיון מאחורי ההקבלה לסיפורים מהחיים הוא להנגיש לתלמידים את המתמטיקה, לפשט את המופשט. השימוש במונחים שאינם מעולם המתמטיקה מרגיע את התלמידים החרדים ומאפשר להם להבין את המשמעות של הדברים. חשוב מאוד "להדביק" את המונח המתמטי למונח מהעולם האחר כדי שהתלמידים יבצעו את ההקשר. למשל: מי רוצה לחשב את מידת התלילות, השיפוע של הישר? או: מה קורה להר כשאדון X צועד ימינה, כלומר מה ניתן לומר על הפונקציה כאשר מגדילים את ערכי X? לאט, ככל שמתקדמים בהוראת הנושא, אפשר להפחית את השימוש במושגים שאינם מתמטיים.

דיון הוא המפתח

כמורים, לא פעם אנו נתקלים בתלמידים שמפתיעים אותנו לרעה במבחנים, כאלה שמשתתפים בכיתה אך במבחן טועים טעויות שונות, כאלה שיש פער בין ההתבטאות שלהם בעל פה לזו שבכתב. אין ספק, התלמידים הללו זקוקים לתרגול כדי ללמוד מהטעויות שלהם, אך יותר מכך, הם ייתרמו מאוד מהשתתפות בדיונים מתמטיים, שיחזקו את תחושת המסוגלות שלהם ויעצימו את הביטחון העצמי.

בהשתלמות מחשב"ה בהנחיית פרופסור עינת הד-מצוינים מהטכניון וד"ר טלי נחילאלי ממכללת לוינסקי, למדתי שדיון מתמטי מוצלח הוא כזה הדורש מהתלמידים להתייחס זה לדברי זה, לנמק במונחים מתמטיים מדוע הם מסכימים או לא עם דברים שחבריהם העלו, להציע דרך נוספת לפתרון, לחזור על דברי חבריהם במילים אחרות ולנמק מדוע שינו את דעתם אם נוכחו כי טעו. בדיון מתמטי, התפקיד של המורה הוא להיות מנחה ולא לשפוט אם התשובה נכונה או שגויה.

כך התלמידים רוכשים מיומנויות שיסייעו להם גם בעתיד: עבודה בקבוצות, פיתוח יצירתיות, מוטוריקה עדינה, שאילת שאלות, חקר ואפילו מיומנויות של הנאה, מה שלצערי אינו מובן מאליו.

לפשט את המופשט

תלמידים המחוברים לצד הרגשי שלהם או תלמידים עם דמיון מפותח יכולים להתחבר למתמטיקה דרך הקבלה לעולם המוכר להם או לסיטואציה יום יומית. למשל, ניתן להתייחס להוכחה בגיאומטריה כאל סצנה בבית משפט, שבו המתמטיקאים הם החוקרים שצריכים לשכנע את השופט בנכונות ההאשמה. התלמידים מבינים מייד את הצורך לנמק כל טענה שלהם במהלך המשפט המדומה וכן את הצורך להתבסס על ראיות (נתונים) או על תקדימים משפטיים (משפטים והנחות יסוד).

הדיון שמתנהל סביב "המשפט" עשיר במושגים מתמטיים ומצריך מהתלמידים להיות קשובים זה לזה, לפתח מיומנויות של שכנוע, לשפוט על סמך עובדות, להיות ביקורתיים כלפי דברי חבריהם ולקבל ביקורת של אחרים, אך בעיקר לרכוש כבוד הדדי. חשוב לציין שתפקיד המורה הוא להנחות את הדיון ולא להכריע במשפט. ההכרעה מה נכון או לא מבחינה מתמטית צריכה להגיע מהתלמידים.

דרך לימוד יצירתית קיימת גם בנושא פונקציה קווית: קל לתלמידים להבין את המשמעות של שיפוע ישר במונחים של מידת התלילות של ה. תלמידי מכירים את "אדון X" הצועד תמיד ימינה על ציר ה-X. בדרך זו קל להתייחס לפונקציה ולמערכת הצירים כאל תצורת נוף כלשהי. אנחנו ממציאים יחד סיפורים שמפתחים את הדמיון, ובעיקר מסייעים לתלמידים להבין את הדברים לעומק ולזכור אותם. האם האדון עולה או יורד? מה זה אומר על הפונקציה? האם האדון מרים את הראש כדי להסתכל על הפונקציה (תחום חיוביות) או מוריד אותו (תחום שליליות)? אם אדון X

"מה אנחנו, המורים, יכולים לטעת היום בתלמידים כדי שייטיבו להיות אנשי המחר?"



מבלי לאבד את הביטחון העצמי ואת תחושת
המסוגלות המתמטית, זאת, כאמור, על רקע
פיתוח מיומנויות של שיח, הקשבה וביקורתיות.

לו הייתה לי גינה, הייתי רוצה שיפרחו בה
פרחים בצבעים שונים ומזנים שונים. כל אחד
יתרום את הייחודיות שלו וכך תתקבל גינה
יפהפייה. כדי שזה יקרה, עליי תחילה לזרוע
מגוון זרעים. כך גם בשיעורי מתמטיקה.
הייתי רוצה לגדל תלמידים סקרנים, כאלה
שיבססו החלטות על סמך הוכחות או טענות
מדעיות, יגלו יצירתיות בתחומים שונים, יהיו
ביקורתיים ולא יקבלו דברים כמוכנים מאליהם,
ישתמשו במתמטיקה בחיי היום יום, ישאלו
שאלות, יחוו הנאה ויחשבו מחוץ לקופסה.
את הזרעים לכך אני זורעת כבר כיום בשיעורים
שלי. אני מקווה שבעתיד תצמח מהם גינת
מיומנויות לתפארת. //

**השימוש במונחים שאינם
מעולם המתמטיקה מרגיע את
התלמידים החרדים ומאפשר
להם להבין את המשמעות של
הדברים**

למשל, אפשר לפנות לתלמידים שענו תשובה
שגויה ולבקש מהם לנמק, ואז לפנות לתלמידים
שענו נכון ולבקש גם מהם לנמק. התלמידים
האחרים בכיתה מתבקשים להגיב לדברים
שעלו ולברר יחד מה נכון, מה נשען על נימוק
מתמטי-לוגי ומה על מהלכים שגויים.
דרך הדיון התלמידים לומדים לבקר את תהליכי
החשיבה שלהם. התהליך החשוב של בקרה
עצמית מאפשר להם ללמוד מהטעויות שלהם



צילום: אוסף התצלומים הלאומי