

המסגרת המושגית של פיז"ה כגישה להוראה ולמידה של מתמטיקה

סיכום כנס בינלאומי, 6 ספט' 2020

מטרת הכנס הייתה לדון במסגרת המושגית של פיז"ה בהקשר של הוראת המתמטיקה בישראל על בסיס הניסיון הבינלאומי בשימוש בה. הדיונים עסקו בנושאים הבאים: דמיון ושוני בין המסגרת המושגית של פיז"ה מתמטיקה לבין גישות הוראת מתמטיקה אחרות, כגון פתרון בעיות, חקר, מידול מתמטי; דרכי יישום רמות הבקאות הגבוהות של פיז"ה (5-6) בתכני פעילויות למידה, מבחנים ופרקטיקות הוראה; השלכות המסגרת המושגית של פיז"ה על שינויים והתאמות בתכניות לימודים של מדינות שונות; ואסטרטגיות הטמעה ואתגרים למורים ולבתי ספר.

[לאתר הכנס](#)

הכשרת מורים לפיתוח אוריינות מתמטית אצל תלמידיהם

פרופ' מרילין גוס | אוניברסיטת לימריק, אירלנד

מרילין גוס הינה פרופ' לחינוך STEM באוניברסיטת לימריק, אירלנד. תחומי המחקר שלה מתמקדים באוריינות מתמטית לאורך תכנית הלימודים, ובלמידה המקצועית של מורי מתמטיקה ושל מורי מורים למתמטיקה.

א. מהי אוריינות מתמטית?

בארצות רבות, בפרט באוסטרליה ואירלנד, נהוג להתייחס לאוריינות מתמטית (mathematical literacy) כאל "יכולת חשיבה במונחים כמותיים" (numeracy), וליישם אותה בדרכים המתכתבות עם ההגדרה של פיז"ה לאוריינות מתמטית. שני המושגים התפתחו מנקודות מוצא שונות. המושג Numeracy הופיע לראשונה בדו"ח חינוכי שנכתב בבריטניה ב-1959 (Crowther report), והוגדר כ"תמונת המראה של אוריינות שפה (literacy)". הגדרת המושג החלה להתקרב להגדרת אוריינות בפיז"ה בדוח מפורסם נוסף על הוראת המתמטיקה משנת 1982 (Cockcroft report) שהתייחס ל"תחושה ביתית בסביבה של מספרים" ושימוש במיומנויות מתמטיות כדי לאפשר לאדם להתמודד עם הדרישות הפרקטיות של חיי היומיום. אוריינות מתמטית היא מונח עכשווי יותר, שצמח בעיקר מהעבודה של OECD על מחקר PISA.

שני המושגים הניעו רפורמות בתכניות הלימודים של ארצות רבות והשפיעו על הכשרת מורים. ההתייחסות אליהם בתכנית הלימודים היא כאל "יכולת כללית" (באוסטרליה) או כאל "מיומנות מפתח" (באירלנד) האמורות להשתלב בתוצאות הלמידה של כל נושא בית ספרי.



Numeracy encompasses the knowledge, skills, behaviours and dispositions that students need to use mathematics in a wide range of situations. It involves students recognising and understanding the role of mathematics in the world and having the dispositions and capacities to use mathematical knowledge and skills purposefully.

yn Goos



Numeracy encompasses the ability to use mathematical understanding and skills to solve problems and meet the demands of day-to-day living in complex social settings. To have this ability, a young person needs to be able to think and communicate quantitatively, to make sense of data, to have a spatial awareness, to understand patterns and sequences, and to recognise situations where mathematical reasoning can be applied to solve problems.

ההתייחסות הזו מתיישרת עם האופן שבו המסגרת המושגית של PISA מגדירה אוריינות מתמטית ומדגישה הנמקה מתמטית, פתרון בעיות, הקשרים של העולם המציאותי, הבנת תפקידה של המתמטיקה בעולם, שיפוטיות והחלטות מבוססות מתמטיקה.

ב. השלכות על הכשרת המורים

הן באוסטרליה והן באירלנד, כל המורים אחראים לפיתוח האוריינות המתמטית של תלמידיהם, בכל הגילאים, וללא קשר למקצוע שהם מלמדים. מורים מצופים לזהות את היבטי האוריינות המתמטית הרלוונטיים לתחום ההוראה שלהם, לספק בהתאם הזדמנויות לימודיות במסגרת תחום ההוראה שלהם, ולהקפיד על טרמינולוגיה אחידה. כך שאוריינות מתמטית לא נלמדת רק בשיעורי המתמטיקה.

אתגר משמעותי הנובע מכך הוא הצורך להמשיג את האוריינות המתמטית באופן שיהיה משמעותי למורים ויאפשר להם ליישם אותה באופן מעשי בתכנון ההוראה. אתגר נוסף הוא לתמוך במורים בעודם מנסים ליישם אוריינות מתמטית בהוראת תחומי הדעת שלהם.

ג. באיזו מידה מורים מתלמדים (pre-service) מקבלים הכשרה שתאפשר להם לקדם אוריינות מתמטית?

תכניות להכשרת מורים מחויבות לפתח אצל כל בוגריהן, לאו דווקא בהוראת המתמטיקה, הבנה של רעיון האוריינות המתמטית ודרכי יישומה.



Graduate teachers will know and understand numeracy teaching strategies and their application in teaching areas.

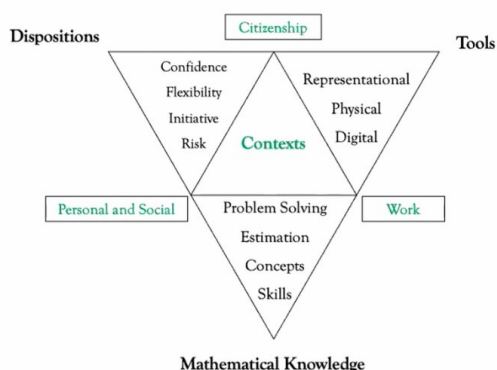


Programs will address student teachers' numeracy and their competence in promoting and assessing numeracy as appropriate to their curricular/subject area(s).

באוסטרליה, מקצוע ההוראה אינו מוערך ויש חשש מאיכות הסטודנטים המגיעים להכשרה. סטודנטים נבחרים על האוריינות המתמטית האישית שלהם כחלק מהכשרתם ומצופים לרמה של 30% העליונים באוכלוסיית הבוגרים. מרביתם עוברים את המבחן. באירלנד, לעומת זאת, המקצוע מוערך ומרבית הסטודנטים להוראה מוכשרים ואף למדו מתמטיקה בתיכון. אולם במחקר שנעשה התברר כי קיים פער בין תפיסת הסטודנטים את רמת האוריינות המתמטית האישית שלהם כגבוהה לבין תוצאותיהם בפועל במבדק אוריינות (יותר משליש מהסטודנטים שנבדקו במחקר נכשלו במחצית מהשאלות). הפער נבע מהקושי לפרשן את המתמטיקה במונחי הבעיה המציאותית שהוצגה, ולהתמודד עם בעיות שהיו שונות בתצורתן מהבעיות אותן למדו בהכשרתם.

ד. כיצד ניתן לתמוך במורים מתלמדים ומורים מנוסים במאמציהם לקדם אוריינות מתמטית?

21st century numeracy model



מרילין פיתחה מודל קונספטואלי של אוריינות מתמטית במטרה להפכו יישומי למורים, דינמי, ורב מימדים. המודל מציג ארבעה תחומים הנדרשים לאוריינות מתמטית: ידע מתמטי, נטיות חיוביות כלפי אוריינות מתמטית (התחום הרגשי), כלים שונים, ותחום הליבה – הקשרים (איש, חברתי, מקצועי, ואזרחי) – המהווה תנאי הכרחי לאוריינות מתמטית ומבדיל בינה לבין "מתמטיקה". על פי מודל זה, אוריינות איננה תכונה כללית אלא תלויה הקשר. בהקשרים שונים המתמטיקה איננה מוחצנת או שהיא מאד שונה מהאופן שבו נלמדה בבית הספר. המודל כולו מעוגן בגישה ביקורתית כלפי העולם וכלפי המתמטיקה – עד כמה השיטות המתמטיות הגיוניות? עד

כמה התוצאות הגיוניות? האם השימוש שנעשה במתמטיקה נאות (למשל, מוביל למניפולציה מגמתית)?

המודל משמש לעבודה עם מורים – הצגת המודל, ניתוח של סיטואציה וזיהוי השאלה האוריינית ביחד איתם. הטענה היא כי חיי היומיום לא מזמנים שאלות מוגדרות מראש וכי מיומנות בסיס הכרחית לאוריינות מתמטית היא היכולת להגדיר מהי השאלה המתמטית בהקשר מסוים. בנוסף, חשוב להבין את דקויות ההקשר והאופן שבו הוא משפיע על משמעות הנתונים (למשל, מידה של תבנית עוגה באוסטרליה מתייחסת לצלע הריבוע ובאירלנד לרדיוס העיגול). כחלק מהעבודה על הסיטואציה, משולבים כלים לייצוג הבעיה (למשל, תרשים סכמטי).

הצעה לפיתוח מקצועי של מורים המתבסס על מודל זה ועל גישה של מורים-מעצבים המפתחים משימות בעצמם:

Time	Facilitator support	Teacher activity
August: Summer School	Introduce numeracy model; provide sample numeracy tasks and design principles; demonstrate numeracy teaching strategies	Analyse numeracy task design; plan for classroom implementation; complete pre-survey of numeracy awareness and confidence
October: School visit	Observe lesson; provide feedback on planning, task design and implementation	Incorporate feedback into planning for further implementation
November: Workshop	Provide feedback on first round of school visits; present stimulus materials for task design	Share tasks and strategies tried so far; practice task design and planning
February: School visit	Observe lesson; provide feedback on planning, task design and implementation	Incorporate feedback into planning for further implementation
May: Workshop	Provide feedback on second round of school visits	Reflect on professional learning trajectories; complete post-survey of numeracy awareness and confidence

בהערכת התכנית עולה כי מורים חשו ביטחון עצמי רב יותר בידע המקצועי שלהם לגבי אוריינות והוראתה לתלמידים. בנוסף, שיפרו את יכולתם לעצב משימות אורייניות, ולעשות שימוש במודל לצורך תכנון ויישום. השימוש במודל היה הדרגתי, החל בד"כ בהתמקדות בידע ובנטיות הרגשיות, לאחר מכן בשילוב כלים והקשרים, ורק בסוף הסתכלות ביקורתית, האתגר המשמעותי ביותר ליישום.

מבחינת התלמידים שהתנסו בחקירה אוריינית (numeracy investigation), התפיסה הרווחת של שיעור מתמטיקה טיפוסי (תרגילים מספר, דפי עבודה, שיעורי בית, חוסר קשר לעולם, התעמקות בדבר אחד) השתנתה לתחושה של הרחבת הדעת. הומלץ למורים לשלב עבודה קבוצתית, משימות שמתחברות לנושאים מהחיים, והנאה (לא בהכרח קלות אלא מאתגרות וברורות השגה), ולא לתת משימות ארוכות.

Final thoughts

If teaching mathematics is challenging, teaching for mathematical literacy is even more so, because it requires ...

- a deep understanding of how children and young people learn (mathematics)
- an appreciation of where and how mathematics is used in real-world situations
- an ability to recognise the mathematical possibilities within other subjects in the school curriculum
- willingness to collaborate with teachers in their own and other subject areas
- tolerance for uncertainty when “the answer” is not in the textbook

הנמקה מתמטית בפיז"ה

פרופ' זביגנייב מרציניאק | אוניברסיטת ורשה, פולין

זביגנייב מרציניאק הוא מתמטיקאי המתמחה באלגברה ומכהן כמרצה במכון למתמטיקה באוניברסיטת ורשה, פולין. במסגרת תפקידו כתת-מזכיר המדינה במשרד החינוך הפולני, היה אחראי על הגדרת עקרונות מרכזיים לרפורמה בתכנית הלימודים הלאומית ובאיכות הלמידה. כמו כן, הינו חבר בקבוצת מומחי המתמטיקה של מחקר פיז"ה מאז 2002.

א. רוחות השינוי - רקע כללי לדיונים המתקיימים בקבוצת המומחים של פיז"ה

מהפיכת המידע, נגישותו הרבה, ותצורתו המשתנה (והופכת דיגיטלית), מעלים את השאלה - מה השתפר בעקבותיהם? האם הפכנו חכמים יותר?

רוחות השינוי משפיעות גם על סוג המשימות שבני אדם נדרשים להתמודד עמן: חלקן של משימות רוטיניות (ביצוע פרוצדורות ללא מעורבות חשיבה רבה) הולך וקטן, מאחר ומחשבים ממלאים את מקום האנשים. החיים האמיתיים מזמנים יותר ויותר משימות לא-שגרתיות וחלקן גדל. פוליטיקות של פוסט-אמת והמושג "פייק ניוז" מעלות אף הן סוגיות חדשות ואתגרים.

ההשלכות לעולם החינוך: **להכין את התלמידים להתמודדות עם משימות לא-שגרתיות**. למידה של פרוצדורות בסיסיות אינה מספיקה עוד. יש לפתח בקרב התלמידים את ההבנה שיש באפשרותם להתמודד עם משימות מורכבות שהם אינם יודעים לפתור. בנוסף, חשוב שהתלמידים ידעו לזהות שקרים ולהתמודד עמם.

כדי להתמודד עם אתגרים אלו, חשוב לשלב בתמונה את ההיבטים המוטיבציוניים. כיום, הרבה יותר תלמידים אינם מקבלים את לימוד המתמטיקה כמובן מאליו ומבקשים להבין מדוע עליהם ללמוד תחום דעת זה. התשובה הטיפוסית ("תחילה תתאמנו ובהמשך תבינו מה התכלית") אינה מספקת עוד.

השאלות האלו מתעוררות בשל גישת הוראה רווחת ממוקדת מושגים (concept oriented teaching) שבה המורה מציג מושג, מתרגל את התלמידים ביישום המושג, ולבסוף בוחן את הבנתם את המושג. בגישה זו הלמידה הופכת לרצף של מושגים, ולפיכך מתעורר אצל התלמידים הצורך להבין את תכליתם. התשובות הרווחות כבר לא מספקות:

- המתמטיקה תהיה שימושית בחיים האמיתיים (חישוב ריבית, איזון חשבונות וכו') – אבל בימינו תלמידים מודעים לכך שהטלפון החכם שלהם יכול לתת מענה צרכים אלו.
- המתמטיקה תאפשר קבלה למקום עבודה ובטחון תעסוקתי – המיפוי המצורף, שנעשה, יכול לייתר את המתמטיקה בחלק גדול מהמקצועות בשוק העבודה.

Relevance is a choice

© Charles Fadel Occupation (below)	Algebra	Applied Maths	Calculus	Discrete Mathematics	Foundations	Geometry	Numbers & Operations	Statistics & Probability	Topology & Recreational
Taxonomy & Ontology: Wolfram Research →	Matrices, Operations, Vectors etc	Complex systems, Control, Game theory, etc	Analysis, Transforms, Polynomials, etc	Automata, Graphs, Computational maths etc	Sets, Logic etc	Curves, Dimensions, Transformations, Trigonometry, etc	Arithmetic operations, Fractions, Sequences, etc	Distributions, Analysis, Estimation, etc	Knots, Figures, Folding, Spaces, etc
Agriculture						X	X	X	
Architecture		X				X	X	X	X
Astronomy/Cosmology	X	X	X	X		X	X	X	X
Biology, Botany, Zoology		X		X			X	X	
Biotechnology, Genetics	X	X	X	X		X	X	X	X
Business		X					X	X	
Cinematography/Photography						X	X		X
Civil engineering	X	X	X	X		X	X	X	X
Communication		X					X	X	
Computer science	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Craftsmanship						X	X		X
Dance						X	X		X
Design						X	X		X
Drawing						X	X		X
Economics & Finance	X	X	X	X		X	X	X	
Education	X	X	X			X	X	X	
Electrical engineering	X	X	X	X		X	X	X	
Environmental science	X	X	X	X		X	X	X	
Ethics							X		
Geography/Geology	X	X	X	X		X	X	X	X
Health							X	X	
History/Archeology	X	X		X			X	X	
Journalism	X	X					X	X	
Languages/Linguistics	X	X		X			X	X	
Law		X					X	X	
Materials Science/Nanotechnology	X	X	X	X		X	X	X	X
Mechanical engineering, Robotics	X	X	X	X		X	X	X	X
Medicine/Pharmacy/Veterinary		X					X	X	
Music	X						X	X	
Painting						X	X		
Philosophy		X			X		X	X	
Physics	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Poetry/Prose							X		
Psychology/Sociology/Anthropology	X	X		X			X	X	
Sculpture						X	X		X
Sewing/Knitting/Tapestry						X	X		X
Spirituality/Religions							X		
Theater/Acting							X		

© Center for Curriculum Redesign

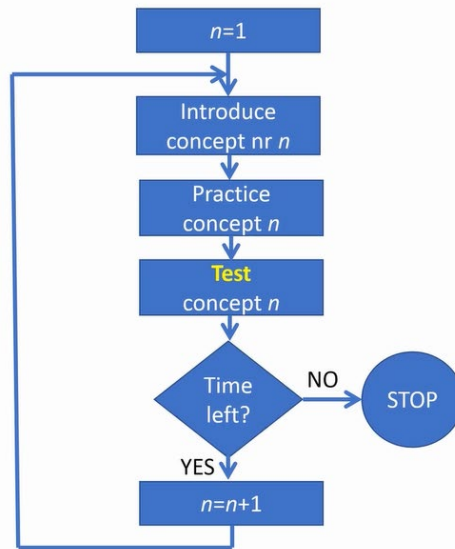
כביקורת על הגישה של מתמטיקה שימושית, זביגנייה טוען כי מתמטיקה היא חלק מהמורשת התרבותית שלנו, בדומה לספרות ואמנות, ולפיכך אין מקום לשאלה איזו מתמטיקה נדרשת ושימושית ואיזו מיותרת כי אינה רלוונטית. ספרי הלימוד לא נותנים מספיק מקום למורשת זו ולאופן שבה נוצרה המתמטיקה לאורך ההיסטוריה.

ב. הרפורמה בפולין

השינוי שעברה הוראת המתמטיקה בפולין התמקד במעבר מהוראה ממוקדת מושגים (concept-oriented) להוראה ממוקדת תהליכים (process-oriented) תוך הדגשת שלושה רעיונות בסיסיים בסדר החשיבות הבא: הנמקה מתמטית וטיעון, חשיבה אסטרטגית, ומידול מתמטי. בגישה זו לא מציגים לתלמידים את רכיבי הפתרון והם נדרשים להוכיח אותם בעזרת תיאוריות, אלא, התלמידים נדרשים לספק טיעונים בעד או נגד האמיתות של הצהרות פשוטות מאד. הגישה הזו נטולת סמכותיות – התלמיד טוען וטוען ובכך מתאפשרת לו חשיבה עצמאית ללא תלות בדעתו של אחר. אין בכך התעלמות מדעות של אחרים אלא עידוד לחשיבה עצמאית ומוצדקת על ידי לוגיקה. אפשר להתייחס לגישה הזו כאל 'פתרון בעיות' – לעיתים קרובות, המציאות מזמנת מצבים בהם נדרשת קבלת החלטה וחשוב לנצל את שיעורי המתמטיקה כדי לפתח בקרב התלמידים יכולת להתמודד עם מצבים כאלו. ללא תרגול ואימון, תלמידים רבים ימנעו מקבלת החלטות. מידול מתמטי הוא המחזור הבסיסי שעליו מושתתת המסגרת התיאורטית של פיז"ה.

Teaching

concept oriented:



process oriented:

Mathematical reasoning and argumentation

Strategic thinking

Mathematical modeling

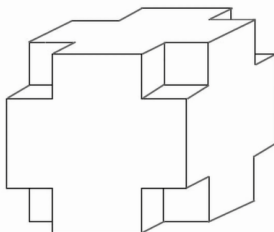
הגישה הזו נותנת מענה לאתגרים שצוינו לעיל:

1. חשיבה אסטרטגית יכולה לאפשר לתלמידים להתמודד עם משימות לא שגרתיות. תוצאות מבחני פיז"ה מראות כי, לעיתים קרובות, תלמידים נעצרים בשלב השאלה שבו הם נדרשים לקבל החלטה, והם מדווחים כי אינם יודעים איך להתמודד עם הדילמה כי לא למדו זאת בכיתה.
2. יכולת הנמקה מתמטית וטעון יכולים לאפשר לתלמידים לזהות ולהתמודד עם שקרים. בדרך כלל, שקרים מכילים נתונים שגויים כלשהם, או טיעונים לא נכונים. לוגיקה מאפשרת לזהות ולסתור אותם ("זה לא יכול להיות נכון כי זה סותר משהו אחר שאני בטוח בנכונותו").

ג. תכנית הלימודים הלאומית בפולין (2008)

הרעיונות האלו יושמו בתה"ל בפולין הרבה לפני שהודגשו בפיז"ה. הם מתוארים בשתי רמות: דרישות כלליות (הנוגעות ביכולות התלמידים), ודרישות ספציפיות (הנוגעות בתוכן). חשוב להבחין בין שתי רמות אלו. לדוגמה, פתרון משוואה ריבועית הוא נושא מאד שכיח בהוראת המתמטיקה, אולם מרבית התלמידים שוכחים כיצד לעשות זאת עם השנים ואין בכך רע, כי מרבית האנשים לא עושים שימוש במשוואות ריבועיות. ולכן, הוראת המושג עצמו לא יכולה להיות מטרה בהוראת המתמטיקה. מטרה חשובה יותר היא לפתח באמצעות הוראת המשוואה הריבועית יכולת הנמקה (למשל, לנמק כיצד המשתנים של המשוואה משפיעים על התוצאה) חשיבה אסטרטגית (למשל, לבחור בפתרון הנכון מבין שניים), ויכולת מידול (שימוש במשוואה על מנת לתאר מצב מציאותי, כמו למשל מים זורמים לתוך בריכת שחייה).

ד. הטמעת תכנית הלימודים החדשה



Internet: I calculated like crazy, while it was enough to think!

האמצעי להטמעת התכנית היה מערכת הבחינות הלאומית. מבחני הבגרות, המהווים מדד יחיד לכניסה להשכלה הגבוהה, כללו שאלות ובהן מרכיב של הוכחה. שינוי השאלות הוביל להיערכות מתאימה בשלבי ההוראה והלמידה. באופן דומה, מבחני החובה בסיום חטה"ב (בגיל 15) כללו שאלות שלא הופיעו בספרי הלימוד והפתיעו את התלמידים ואת מוריהם שנדרשו להתמודד עם בעיות לא מוכרות, לרב כאלו שדרשו חשיבה ולא טכניקה חשובית.

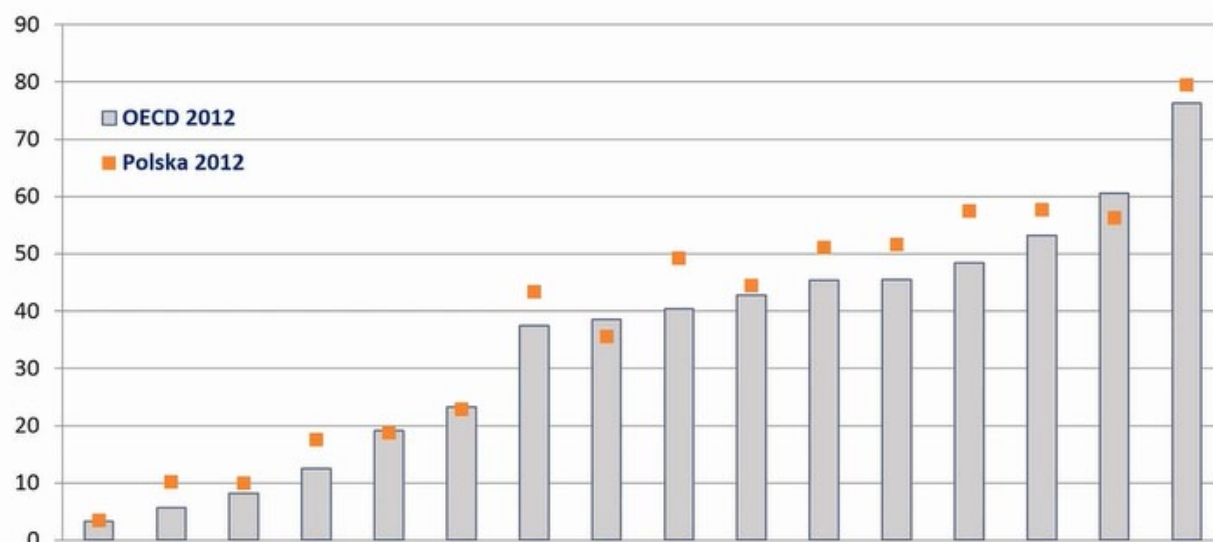
למשל, להבין ששטח הפנים של הצורה הבאה זהה לשטחה של הקובייה המקורית. תלמידים אהבו בעיות כאלו המתבססות על חשיבה במקום על מאמץ.

ה. השלכות על הצלחה במבחני פיז"ה

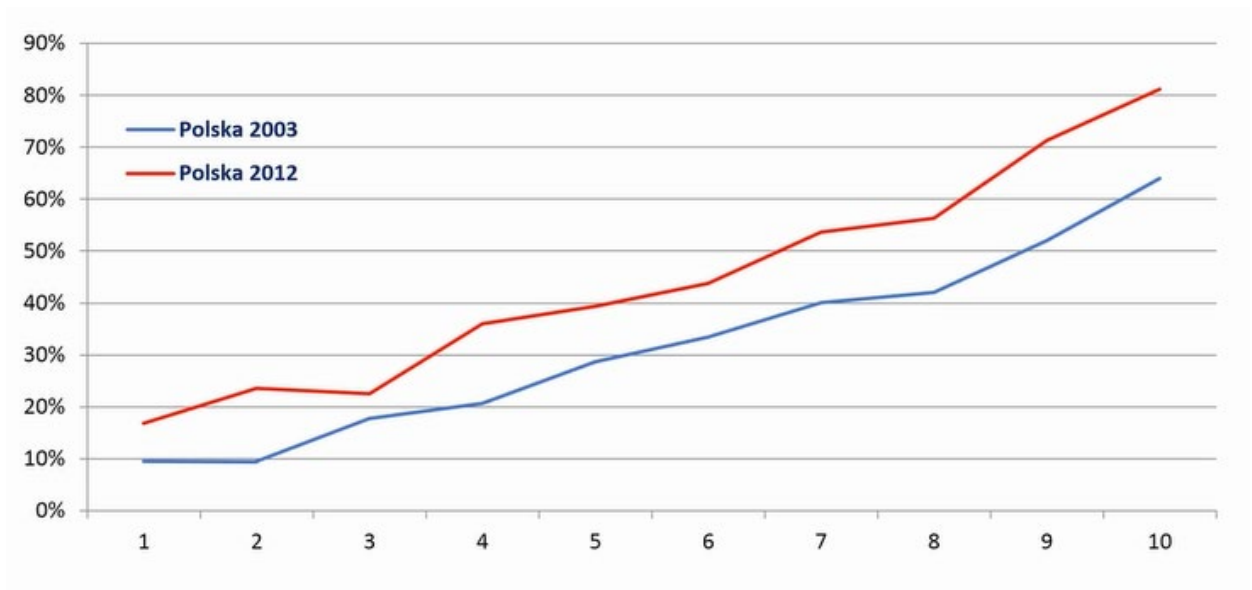
השינוי בתה"ל של פולין בשנת 2008 בא לידי ביטוי במבחני פיז"ה 2012 – בפרט, הוכפל מספר התלמידים המצטיינים ברמות 5-6 (מ-2.3% ל-5.0%). באופן דומה, מספר התלמידים ברמות הנמוכות (1-2) פחת בחצי (מ-6.8% ל-3.3%).

כתוצאה מכך, עלתה טענה של מורים שהוראת יכולת טיעון מתמטי (reasoning) מתאימה רק לתלמידים הטובים ולכן יש שלב אותה בשעות תוספתיות או במסגרות העשרה מעבר לתכנית הלימודים, בעוד שאר התלמידים ימשיכו ללמוד רק את המושגים והכלים הבסיסיים. אולם, מאחר והמבחנים הלאומיים כללו שאלות המצריכות הוכחה ויכולת הסבר, היה הכרח ללמד אותן בבית הספר למרות ההתנגדות. באופן מפתיע, דווקא התלמידים לא התנגדו לבעיות כאלו, והפיגו עניין למול אתגרים כאלו.

ניתן לראות את השפעות הרפורמה גם בניתוח שאלות מבחן פיז"ה שהתבססו על הנמקה מתמטית בלבד והופיעו במבחני 2003 ו-2012. ברוב השאלות, הממוצע של תלמידי פולין היה גבוה מזה של כלל תלמידי OECD.



באופן מפתיע אף יותר, ניתוח של פריט אחד בלבד של הנמקה מתמטית בהתייחס לכלל תלמידי פולין אשר ענו עליו (חולקו ל-10 רמות יכולת על פי הציון הכללי שהשיגו במבחן) מצביע על שיפור משמעותי ביכולת להתמודד עם השאלה בכל טווח הרמות, כולל התלמידים החלשים ביותר. מכאן ניתן להסיק שניתן ללמד יכולות לטיעון ולהנמקה, הנחוצות לחיים האמיתיים, בכל הרמות, תוך התאמה לצרכי התלמידים בכל רמה.



ה. כיצד ללמד הנמקה מתמטית (mathematical reasoning)?

	5	8	*		6	2	
7	1		9	7		4	9
		3	2	5	8		
6							1
		9	6	4	5		
3	6			9		5	4
			4	1			
	8	4			9	1	

Explain why you can start solving this Sudoku by writing 1 in position *.



What is, roughly, the volume of a dollar bill?

ישנן דרכים שונות המתוארות בספרות המחקרית. לדוגמה – שימוש בתשבץ סודוקו פשוט כדי לעודד תלמידים להעלות טענות לוגיות (כמו, "אם... אז..."). במחקר אחר נעשה שימוש בתשבצים בדרגות מורכבות עולה שבהם נדרשו יותר ויותר טיעונים כדי להסביר כל שאלה.

דוגמה נוספת: קורס אקדמי ב-MIT לתלמידי שנה א' – "אמנות התובנה במדע ובהנדסה" (פותח על ידי החוקר Sanjoy Mahajan) – בו מוצעות בעיות המצריכות הנמקה (רלוונטיות גם ליישום בתיכון). למשל, כיצד ניתן להעריך את עוביו של שטר כסף? הטיעון במקרה זה יכול להתבסס על מידות ידועות של חבילת דפים, וחלוקה בהתאם למספר הדפים בחבילה.

1. מגמות בשינוי מבחן פיז"ה לקראת 2021

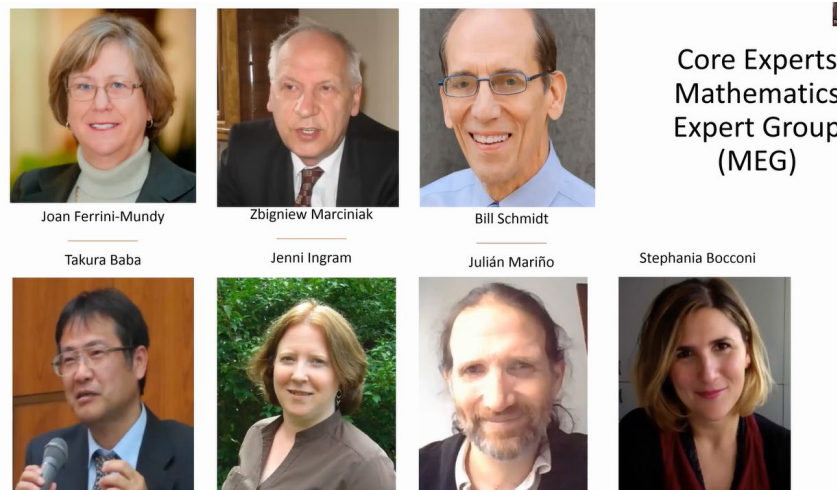
התקיימו מספר פגישות של צוות מומחים שהתכנס לדון במבחן הממוקד במתמטיקה. חומרי הגלם התבססו על מסמכי פיז"ה קודמים (PISA Assessment and Analytical Framework).

לקראת 2021 נעשו התאמות קלות בהגדרה של אוריינות מתמטית:

- הדגש הוא פחות על ההקשר ("אנחנו לא משועבדים להקשר") אלא קודם כל, על יכולת ההנמקה המתמטית כבסיס החשוב באוריינות. רק לאחר מכן מודגשים ההקשרים השונים שבהם נעשה שימוש במתמטיקה כדי לפתור בעיות באמצעות ניסוח, יישום ופרשנות.

(Mathematical literacy is an individual's capacity to **reason mathematically** and to formulate, employ and interpret mathematics to solve problems in a variety of real world contexts.)

- שינוי הרכב השאלות במבחן – 25% מהפריטים ידרשו הנמקה מתמטית. בהתאמה, יתווסף מדד חדש שידווח בתוצאות – יכולת הנמקה מתמטית.



ז. סיכום

מתמטיקה היא יותר מ"ארגז כלים" – אי אפשר להסתפק רק במתן כלים לתלמידים. הוראה ממוקדת-מושגים אינה מתאימה לאתגרים העכשוויים. יש ללמד את שיטת המתמטיקה (method of mathematics). בדרך זו, מתמטיקה תהיה הפתרון הטוב ביותר לבעיות עמן אנו מתמודדים כיום, כפי שהיה מאז ומעולם. הסיבה לכך היא שמתמטיקה היא אחד מהמרכיבים המוצלחים ביותר של המורשת התרבותית שלנו כאנושות.

שילוב משימות ברוח פיז"ה בהוראת מתמטיקה בטאיוואן

פרופ' ווי-יו (אנג'לה) הסו | אוניברסיטת טאיוואן
ווי-יו (אנג'לה) הסו היא פרופסורית חברה במכון ללימודים מתקדמים בחינוך מתמטי ומדעי באוניברסיטת טצ'נג הוואה, טאיוואן. תחומי המחקר שלה מתמקדים בהוראה ולמידה של גיאומטריה, ויזואליזציה בגיאומטריה, ניתוח ספרי לימוד, פיתוח מקצועי של מורי מתמטיקה, וחינוך STEM.

א. רקע – חינוך מתמטי בטאיוואן

מאז שנת 2006, תלמידי טאיוואן מדורגים באופן קבוע בחמשת המקומות הגבוהים בציוני מבחן פיז"ה, בדומה לתלמידי מדינות מזרח אסיאתיות נוספות.

Year/ Ranking	PISA 2006	PISA 2009	PISA 2012	PISA 2015	PISA 2018
1	Taiwan (549)	Shanghai (600)	Shanghai (613)	Singapore (564)	China (B-S-J-G) (591)
2	Finland (548)	Singapore (562)	Singapore (573)	Hong Kong (548)	Singapore (569)
3	Hong Kong (547)	Hong Kong (555)	Hong Kong (561)	Macao (544)	Macao (558)
4	Korea (547)	Korea (546)	Taiwan (560)	Taiwan (542)	Hong Kong (551)
5	Netherlands (531)	Taiwan (543)	Korea (554)	Japan (532)	Taiwan (531)
6	Switzerland (530)	Finland (541)	Macao (538)	China (B-S-J-G) (531)	Japan (527)

בטאיוואן יש תכנית לימודים לאומית במתמטיקה, הספרים ממוקדי תוכן, וההוראה ממוקדת תוכן ולא ממוקדת באוריינות. ההוראה מאד מונעת על ידי תכנית ההיבחנות – מבחני הכניסה לתיכונים ולאניברסיטאות

מאד משפיעים על ההוראה בבתי הספר. כך שבפועל, אין הרבה מרחב לניסיונות חדשים ושינויים בהוראת מתמטיקה בחט"ב ובתיכונים.

ב. כיצד ניתן ליצור הזדמנויות ללימוד משימות ברוח פיז"ה?

התבצע מחקר שהתמקד במורים למתמטיקה, ובחן אילו חומרי למידה נבחרו על ידם להוראת הנושא "גיאומטריה". החומרים שנבחנו כללו ספרי לימוד, חומרים משלימים שהמורים ליקטו מהרשת, מבחנים (לא ברור אם ממאגר חיצוני או נכתבים על ידי המורה), ומשימות שפותחו על ידי המורים. החוקרים השתמשו במסגרת תיאורטית שהעריכה את מורכבות המשימות – מורכבות השאלה ואופן ייצוגה (תרשים), ומורכבות תהליך הפתרון שנדרש. ממצאי המחקר היו כי חלק גדול מההזדמנויות ללמידה מקורן במשאלים שאינם ספרי הלימוד. משאלים אלו מציבים בד"כ דרישות קוגניטיביות גבוהות יותר בהשוואה לספרי הלימוד (למשל, מספר הצעדים בהנמקה, מורכבות התרשים וכו'). באופן עקבי נמצא כי המורכבות הקוגניטיבית הגבוהה ביותר התגלתה במבחנים והנמוכה ביותר בספרי הלימוד המורים חשפו את תלמידיהם בהדרגה למשימות ברמת מורכבות עולה. כך למשל, השתמשו בחומרי העשרה על מנת לגשר על המורכבות הנמוכה בספרי הלימוד למורכבות הגבוהה במבחנים. לסיכום, התלמידים בטאיוואן נחשפים להזדמנויות רבות להתמודד עם משימות לא-רוטיניות, בעלות מורכבות קוגניטיבית גבוהה המאפשרות להם לפתח חשיבה מתמטית.

ג. שילוב משימות ברוח פיז"ה בהוראה

המסגרת המושגית של פיז"ה מדגישה את האוריינות המתמטית ואת תהליך ההנמקה המתמטית (reasoning). ההוראה בטאיוואן מאד מכוונת היבחונית, ולכן זהו הערוץ לעשות באמצעותו שינויים בתהליכי ההוראה בכיתה. בהתאם לכך, שולבו משימות ברוח פיז"ה בבחינות הכניסה לתיכונים ולאוניברסיטאות. כתוצאה מכך, מורים משלבים משימות כאלו בהוראה. בסקר שבחן השפעת שילוב משימות בקרב 10 מורים נבחנו ההיבטים הבאים:

- **האם וכיצד השפיעו משימות אלו על ההוראה השגרתית של המורים?**
מרבית המורים ענו כי שילוב המשימות בהוראה עזר להם לסייע לתלמידים להצליח במבחני הכניסה. רק שני מורים העידו כי גם לפני ההתערבות נהגו לשלב משימות מסוג זה בהוראתם.
- **כיצד המורים מלמדים משימות שכאלו?**
למורים שונים דרכים שונות ללמד משימות מסוג זה, בדרך כלל בגישה דומה לגישת ההוראה הכללית שלהם. המורים הפעילו פרקטיקות שונות כדי לסייע לתלמידים להתמודד עם המשימות: הדגשת המידע החשוב בשאלה, פישוט של השאלה (למשל, שינוי מבנה המספר, חלוקה לתת-משימות), בקשה מהתלמידים לתאר את הבעיה ואת היחסים בין המשתנים במילותיהם שלהם, דיון בדרכי פתרון אפשריות, ניתוח של נתוני השאלה למול מטרותיה.
- **היכן מורים מוצאים משימות שכאלו? האם הם מעצבים אותן בעצמם? כיצד?**
מרבית המורים אמרו כי הם משנים משימות קיימות בספרי הלימוד, או מתאימים משימות מתוך מבחנים וחומרים משלימים. שני מורים בלבד עיצבו בעצמם משימות ברוח פיז"ה, וכולם הסכימו כי זהו אתגר מאד קשה למורים.
- **באילו קשיים נתקלו תלמידיהם כאשר התמודדו עם משימות כאלו?**
קושי להתמודד עם מצבים מהמציאות – מצבים קשים להבנה, תלמידים לא תמיד מצליחים לקשר בין ההתנסות האישית שלהם לבין המצב המתואר בשאלה, וקושי בהבנת הנקרא של תיאור המצב.
קושי בשל המורכבות הקוגניטיבית של המשימה – צורך במספר שלבי הנמקה ובסוגי ידע שונים לפתרון הבעיה.
קושי בהתמודדות עם תרשים גיאומטרי – לפרק ולהרכיב אותו מחדש.
תלמידים בעלי הישגים נמוכים סירבו לעיתים קרובות להתמודד עם משימות כאלו.
- **אילו אתגרים מציבות משימות שכאלו בפני המורים?**
הוראה של משימות כאלו צורכת זמן רב, צורך ב"פיגומים" לתלמידים שמתקשים בהבנת המשימה, קישור בין ההתנסות האישית של תלמידים לבין המצב המתואר בשאלה, אוריינות חזותית, לאפשר לתלמידים מרחב

לחשוב ולנמק בעצמם מבלי "לגלות להם", צורך בשילוב ידע מתחומים אחרים לצורך פתרון הבעיה (למשל, מדעים).

ד. אתגר הניסוח כשלב ראשון בפתרון בעיות

המסגרת המושגית של פיזיקה מגדירה תלמידים אורייניים מתמטית ככאלה המסוגלים לעשות שימוש בידע המתמטי שלהם על מנת לזהות את האופי המתמטי של מצב/ בעיה, בפרט כאלו המתרחשים במציאות, ולנסח אותם במונחים מתמטיים. מעבר זה, ממצב מעורפל ומלא 'רעשים' לבעיה מתמטית מנוסחת בהקפדה, מצריך יכולת הנמקה מתמטית.

Part 1: Describing centroid concept in real-life situation

Tom likes to use his finger to keep an object (e.g., a book) balanced. One day, he tried to use his finger to keep a triangle-shaped cardboard in balance but failed.

If you were Tom, can you make a triangle-shaped cardboard in balance with a finger?

Scientifically, each object has its center of gravity.

For example, an even-textured plastic plate can be kept in balance if one uses a finger to support a specific point of the plate (see the two Figures on the right side). Every object on the earth is influenced by gravity. When providing a force equal to the weight of an object and the force's direction is the opposite of gravity, then the force will keep the object in balance. The weight of an object can also be measured by its center of gravity.




מחקר בחן את תהליך הניסוח בהתייחס למושג של "נקודת המרכז" (מרכז הכובד) במתמטיקה ובמצבים אמיתיים, בקרב 109 תלמידי כיתה ח' שלא הכירו את המושג. התלמידים קראו את הטקסט (האיור מימין) וענו על שתי שאלות:

בראשונה, נתבקשו לתאר את הרעיונות המרכזיים בטקסט. ניתוח תשובות התלמידים הראה כי מרביתם (99%) דיברו על הרעיון המרכזי בהתייחס לעולם האמיתי ורק מיעוט קטן התייחס לעולם המתמטיקה.

בשנייה, נתבקשו לספר אילו מושגים או יחסים מתמטיים הטקסט מזכיר להם. מחצית מהתלמידים (52%) לא ענו, אחרים ענו באופן מאד שטחי, ורק מעטים (10%) התייחסו למושגים או פרוצדורות מתמטיות.

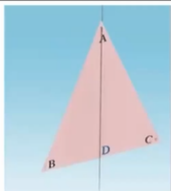
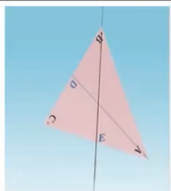
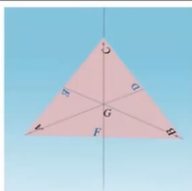
Part 2: Describing manipulation of centroid concept in real-life situation⁴⁷

Tom took a triangle-shaped cardboard, named as $\triangle ABC$, to conduct an experiment with the following steps.⁴⁷

Step One: Tom used a line to hang the triangular cardboard through a small hole at vertex A and found that the line intersects $\overline{BC}$ at point D. He drew the line on the cardboard with a pen.⁴⁷

Step Two: Tom repeated Step One to hang the triangle through another vertex B and the vertical line intersects $\overline{AC}$ at point E. Tom also drew the vertical line on the cardboard.⁴⁷

Step Three: Tom continued to hang the third vertex C and drew another vertical line which was intersected $\overline{AB}$ at point F.⁴⁷

Step One ⁴⁷	Step Two ⁴⁷	Step Three ⁴⁷
		

החוקרים הסיקו כי תלמידים מתקשים לזהות היבטים מתמטיים בסיטואציה מציאותית ולכן הציגו שאלה שהדגישה היבטים אלו באמצעות מניפולציה של המושג (כמפורט באיור הנלווה). התלמידים נשאלו שוב את אותן שתי שאלות. הפעם, מרבית התלמידים (65%) התייחסו להיבטים המתמטיים אולם רק מעטים מהם (21%) עשו זאת באופן נכון בעוד שהרוב התייחסו באופן שטחי או מוטעה. בהתייחס לשאלה השנייה, שוב מחצית מהתלמידים בחרו שלא לענות אילו רעיונות מתמטיים מזכיר להם הטקסט.

Part 3: Describing centroid concept in mathematics¹³

Given: As shown in diagram on the right side, $\triangle ABC$ has three medians $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$, and the three medians intersect at point G .

To prove that area of $\triangle GAF$ = area of $\triangle GFB$ = area of $\triangle GBD$ = area of $\triangle GDC$ = area of $\triangle GCE$ = area of $\triangle GEA$.

Proving process¹⁴

1. Because $\overline{AD}$ is the median of $\triangle ABC$, then $\overline{BD} = \overline{DC}$.

Area of $\triangle ABD$ = area of $\triangle ADC$ (same base and height).

For the same reason, area of $\triangle GBD$ = area of $\triangle GDC$.

2. Area of $\triangle ABD$ - area of $\triangle GBD$ = area of $\triangle ADC$ - area of $\triangle GDC$.

Thus, area of $\triangle ABG$ = area of $\triangle ACG$.

For the same reason, area of $\triangle BCG$ = area of $\triangle ABG$.

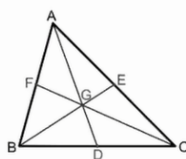
Thus, area of $\triangle ABG$ = area of $\triangle BCG$ = area of $\triangle ACG$ = $\frac{1}{3}$ area of $\triangle ABC$.

3. Because area of $\triangle GBD$ = area of $\triangle GDC$ (same base and height),

then, area of $\triangle GBD$ = area of $\triangle GDC$ = $\frac{1}{2}$ area of $\triangle BGC$ = area of $\frac{1}{6} \triangle ABC$.

then, area of $\triangle GCE$ = area of $\triangle GEA$ = area of $\triangle GAF$ = area of $\triangle GFB$ = $\frac{1}{6}$ area of $\triangle ABC$.

Thus, we proved that area of $\triangle GAF$ = area of $\triangle GFB$ = area of $\triangle GBD$ = area of $\triangle GDC$ = area of $\triangle GCE$ = area of $\triangle GEA$.



בחלק השלישי הוצגה שאלה באופן שהדגיש לחלוטין את האופי המתמטי שלה, בדומה לאופן שבו מוצגות שאלות בספרי הלימוד. גם במקרה זה מחצית מהתלמידים התייחסו להיבטים מתמטיים אולם מרביתם עדיין באופן שטחי או שגוי. לעומת זאת, מספר התלמידים שלא ענו כלל פחת (אולי בגלל שסוג השאלה היה מוכר להם).

המחקר הצביע על קושי אמיתי של תלמידים בתהליך הניסוח, בשל הקושי שלהם לזהות היבטים מתמטיים בסיטואציה באופן מעמיק.

ה. סיכום

הסברים אפשריים להצלחה של תלמידי טאיוואן במבחן פיז"ה יכולים להיות קשורים לכך שלתלמידים יש הזדמנויות למידה נוספות, מעבר לספרי הלימוד, להיחשף למשימות ברמה גבוהה ממקורות שונים. זה מוביל לכך שתלמידים מפתחים תחושת מסוגלות מול בעיות מורכבות שכאלו, המהוות חלק מהתנסויות הלמידה שלהם. בנוסף לכך, ההתמודדות עם בעיות לא שגרתיות (non-routine) שכאלו מפתחת יכולת חשיבה מתמטית ברמה גבוהה המסייעת להם בהתמודדות עם שאלות מבחן פיז"ה.

יחד עם זאת, יש צורך לפתח אצל התלמידים את היכולת לחוש את העולם האמיתי ולהצליח לנסח אותו במונחים מתמטיים. זהו אתגר הוראה חשוב. בנוסף לכך, ניתוח קוגניטיבי של משימות פיז"ה וזיהוי היכולות הנדרשות מהתלמידים יכולים לתת כיוונים נוספים וחדשים להוראה בהתייחס לידע העולם, לידע המתמטי ולחיבור ביניהם, כמפורט בטבלה.

Required of Real-world knowledge and competence	Required of mathematics knowledge and competence
- Required of science concepts 5E teaching model (engaging stage, exploring stage, explaining stage, extending stage, evaluating stage) - Others?	- Conjecturing teaching strategy - E.g., Induction by concrete examples - Decomposing and recomposing geometric diagrams - E.g., reading and coloring strategy - E.g., manipulation strategy - Others?
- Connections/integration of different kinds of knowledge and competences - Others?	

דיון פאנל – המסגרת המושגית של פיז"ה כגישת הוראה ולמידה

פרופ' מרילין גוס | אוניברסיטת לימריק, אירלנד
פרופ' זביגנייב מרציניאק | אוניברסיטת ורשה, פולין
פרופ' ווי-יו (אנג'לה) הסו | אוניברסיטת טאיוואן

א. הרעיון כי מתמטיקה יכולה לשמש לפתרון בעיות מציאותיות ואוטנטיות הוא רעיון מרכזי במסגרת המושגית של פיז"ה. מה הופך משימה/בעיה ל"אוטנטית" או "רלוונטית"? כיצד מפתחים משימות שכאלו? באיזו מידה מושקעים בפיתוח מאמצים לשילוב מגוון תחומי עניין והתנסויות?

מרציניאק: חשוב ללמד מתמטיקה כהלכה. לימוד מתמטיקה למטרת הצלחה במבחני פיז"ה לא נותן מענה לכך מכיוון שהמבחנים מודדים רק היבטים מסוימים של המתמטיקה. אם מלמדים מתמטיקה כהלכה, התלמידים גם יצליחו במבחני הפיז"ה. זה לא מתרחש בכיוון ההפוך. לכן יש להיזהר במשקל שניתן למבחנים בהחלטות על גישת ההוראה. כחבר בוועדות פיז"ה במשך 18 שנים, אני יכול להעיד שנעשים מאמצים רבים שכל המשימות יתבססו על הקשרים אמיתיים ואוטנטיים. הנתונים הניתנים במשימות שונות מאומתים מול המציאות. התלמידים מתקשים יותר כאשר מדובר בהקשרים מלאכותיים, כפי שקורה לרב בספרי הלימוד. במחקר חינוכי בינלאומי ארוך טווח נמצא כי רק 60% מתלמידים בני 15 ענו נכונה על שאלה בהקשר ("כמה אוטובוסים נדרשים כדי להעביר 1,022 חיילים לבסיסם, בהינתן שכל אוטובוס יכול להכיל עד 50 נוסעים?"). כאשר נתנו לתלמידים למלא בפועל את טפסי ההזמנה של האוטובוסים כחלק מהמענה לשאלה, אחוז המשיבים נכונה עלה ל-80%. מילוי הטופס נתן לתלמידים תחושת אחריות לפתרון. תלמידים יודעים לזהות בקלות האם ההקשר מלאכותי או לא. הוספת הטופס האמיתי שינתה את תפיסת התלמידים את אותה הבעיה. דוגמא מפורסמת נוספת לכך היא המחקר שבחן ילדים המוכרים מזון ברחובות ברזיל. במהלך עבודתם הם מונים כסף באופן מושלם, אולם בבית הספר הם אינם מסוגלים לבצע פעולות חיבור וחיסור פשוטות על מספרים. שאלת הרלוונטיות היא סיפור אחר. בהקשר של פיז"ה, קשה מאד להגדיר אלו שאלות רלוונטיות מאחר והיא מתייחסת לאוכלוסייה ולא לתלמיד יחיד. בהוראה בכיתה, המשימות צריכות להיות רלוונטיות לתחומי העניין של התלמידים כדי ללכוד את תשומת ליבם ולעורר בהם מוטיבציה לעיסוק במתמטיקה. יחד עם זאת, תה"ל במתמטיקה לא יכולה להיות דומה לתה"ל בשפה זרה, שבה נלמד אוצר מילים בהקשר של סיטואציות שונות בחיים. החיים דינמיים יותר והמצבים שהם מזמנים משתנים, ולכן נדרש לימוד היכולת ולא רק אוצר המילים בהקשר נתון. יכולת ניתנת ליישום בהקשרים שונים. מהדורות החדשות מזמנות הזדמנויות נהדרות ללמידה אמיתית של מתמטיקה (למשל, הצגת מספר הנפטרים מקורונה בארצות שונות מבלי להתייחס לגודל האוכלוסייה בכל מדינה כבסיס להשוואה).

ואחרי כל זה, חשוב לא להשתעבד להקשר. לימוד מתמטיקה חשוב יותר מהניסיון לחבר כל נושא להקשר. לעיתים לא ניתן למצוא הקשר ישיר לימוד נושא נתון או דרך חשיבה מסוימת. במצבים כאלו, נכון לנטוש את הצורך בהקשר ולא להסתבך עם הקשר מורכב ומאולץ שהבנתו מורכבת מדי לשיעורי המתמטיקה ומתישה את התלמידים. כדאי לשלב את המתמטיקה בשיעורים של תחומי דעת אחרים בהם היא נדרשת (למשל, שימוש בסטטיסטיקה במסגרת שיעורי גיאוגרפיה). חשוב לא להגזים או לקדש את "ההקשר". אמנם ההקשר משמש כדי לעורר מוטיבציה בקרב התלמידים, אבל גם משימות מופשטות יכולות לעורר עניין. החיים מזמנים גם מצבים מופשטים (למשל, היום הראשון בעבודה לא מוכרת) וחשוב להתכונן גם אליהם ולזמן לתלמידים התמודדויות עמם, בגבולות יכולותיהם.

גוס: היחסים בין המתמטיקה לעולם האמיתי יכולים להתקיים בצורות שונות, שתיהן אוטנטיות –

- **גישת היישום (application):** שבה נקודת המוצא היא העולם המתמטי – לצאת מנושאים נתונים בתכנית לימודי המתמטיקה ולחפש עבורם דוגמאות מהעולם האמיתי המדגימות כיצד נעשה שימוש באותה מתמטיקה.

- **גישת המידול (modeling):** שבה נקודת המוצא היא העולם האמיתי – להתבונן עליו באמצעות משקפיים מתמטיים, לזהות מצבים שהמתמטיקה יכולה לתרום להבנתם, ושניתן להפוך אותם לבעיות מתמטיות. שאלת הרלוונטיות והאוטנטיות הן יחסיות – רלוונטי למי? אוטנטי לאיזו מטרה? יש שיקולים רבים וניואנסים שונים בהחלטה על רלוונטיות ואוטנטיות. באופן כללי, משימה היא אוטנטית אם יש הכרח אמיתי בהקשר כדי להבין אותה, וצורך ממשי לעשות בהקשר שימוש כדי להגיע לפתרונות ומסקנות. אם אין צורך בהקשר, אין טעם לשלב אותו ואפשר להתמקד במתמטיקה עצמה בלבד.

ניתן להתייחס למיומנויות המאפיינות מורים מומחים שגם מעצבים משימות כאלו וגם משלבים אותן בהוראה באופן יעיל:

- חיפוש רעיונות – מורים כאלו תמיד התבוננו בעולם ובתופעות שונות כמקור לבעיות מתמטיות.
- זיהוי הפוטנציאל של מקור בעולם שעשוי להוות בעיה מתמטית, תוך ההבנה כיצד הוא משתלב בתכנית הלימודים.
- עיצוב המשימה לאור מסגרת מושגית (למשל, מסגרת פיז"ה או המודל לאוריינות שהוצג בהרצאה). מסגרת כזו מאפשרת להבנות את המשימה ולבחון אותה במהלך העיצוב במטרה לשפרה.
- התאמת המשימה לנסיבות המקומיות – התלמידים, תה"ל, המשאבים בבית הספר, וכו'.
- הצגת המשימה לתלמידים באופן מעורר מוטיבציה – למשל, לשאול שאלה פרובוקטיבית המעוררת חשיבה ביקורתית.
- שליטה בפרקטיקות הוראה חשובות: להוביל את התלמידים במידה הראויה שמאפשרת להם מרחב חשיבה עצמית, לסכם את העיסוק בבעיה ולנהל דיון שבו התלמידים נדרשים להעלות טיעונים לפתרונות שהגיעו אליהם.

ב. המסגרת מגדירה רמות של משימות מתמטיות. יחד עם זאת, המסגרת גם מתייחסת לרמות של בקיאות התלמידים. כיצד אתם נוטים לעשות שימוש ברמות פיז"ה? למשל, כיצד אפשר להגדיר מהי רמתה של בעיה שפיתחתם? או רמת החשיבה שהפגין תלמיד מסוים? כיצד אתם מבחינים בין הרמות השונות?

הסו: חשוב לקחת בחשבון מספר היבטים בנוגע לדיון ברמות. האם הרמות משמשות בהקשר של הערכה או של הוראה? האם הרמות מסייעות להוראה מכוונת פרויקטים וחקר או להוראה מכוונת מבחנים? האם הרמות מסייעות בפיתוח חומרי למידה או רק כדי לבחון את מה שקיים? האם הרמות מתייחסות ללמידה בינתחומית או רק ללמידה של מתמטיקה? כלומר, יכולות המשגה ומידול המוגדרות ברמות 5-6 יכולות לערב תחומי דעת נוספים.

שימוש ברמות לצורך תמיכה בהוראת המורים מאד מאתגר – נדרשת מסגרת מתווכת כלשהיא כדי להפוך את הגדרת הרמות לכלי עבודה בעיצוב משימות והוראה. אנחנו מאמינים בגישת פיתוח משימות היוצאת מהעולם האמיתי ומחפשת בו את הפוטנציאל המתמטי, את הדרכים לעשות שימוש במתמטיקה. כשאנחנו מזהים סיטואציה כזו אנחנו מנתחים אותה לחלקיה כדי לבחון האם היא מערבת מספיק מושגי משנה, וכיצד ניתן לעשות שימוש במושגים אלו לצורך למידה או הערכה. תופעות במציאות מערבות מושגים שונים, ובהתאם גם רמות העמקה שונות שניתן לעצב באופן הדרגתי עבור התלמידים. בפרויקטים שלנו הגדרת הרמות לא מהווה קו מנחה בפיתוח משימות, אלא יותר לרפלקציה על מהלך הלמידה – האם נתנו לתלמידים הזדמנויות מספקות להתנסות בשלבים השונים של תהליך המידול? האם תלמידים יכולים לראות את הקשר בין העולם המציאותי לעולם המתמטי בכוחות עצמם?

מארצ'יניאק: חשוב לזכור כי המקור לרמות הבקאות הוא סולם המדידה (scale). הסולם הזה נוצר בעזרת מודל (Rasch model) הלוקח בחשבון את האינטראקציה בין ציוני התלמידים וציוני השאלות. באופן פשוט ומתומצת – תלמידים פותרים מספר שאלות ומקבלים ציון 1 או 0 עבור כל שאלה. כך יוצא שלכל תלמיד יש ציון אבל גם לכל שאלה יש ציון. אם השאלה קשה מדי, אז רק תלמידים מעטים יפתרו אותה נכונה ולכן הציון שלה יהיה נמוך למדי. מהצד השני, תלמידים שפתרו שאלה כזו צריכים לקבל יותר מנקודה אחת. לעומת זאת, אם בעיה נפתרה על ידי תלמידים רבים שציונם נמוך – משמע שהבעיה לא הייתה מאד קשה. זהו תהליך איטרטיבי שבו נבחנת האינטראקציה בין ציוני השאלות וציוני התלמידים, ובסופו ניתן למקם את כל הפריטים ואת כל התלמידים על אותה סקלה ולהניח שתלמיד יכול להתמודד עם בעיה אם יש סיכוי של מעל 50% שיפתור אותה נכונה. לסקלה הזו הוטאמו ערכים מספריים (ממוצע 500 נקודות, סטיית תקן 100 נקודות). את הסקלה הזו ניתן לחלק באופן שווה לרמות. רק לאחר מכן חיפשו והגדירו את המאפיינים של התלמידים בכל אחת מהרמות על ידי בחינת הפריטים שהתמודדו עמם. כלומר, מאפייני הרמות הוגדרו בתהליך bottom-up ולא, כפי שניתן אולי להניח, מתוך הגדרה תיאורטית ותהליך top-down. הרמות הן תוצאה של המדידה ולכן חשוב לקחת בחשבון שיש היבטים שמבחן פיז"ה לא מודד כך שלא ניתן להסיק על יכולותיו של תלמיד רק מתוך ציונו במבחן פיז"ה. כך, למשל, סביר להניח כי תלמיד ברמות 5-6 מסוגל ליותר מאשר מוגדר באפיון הרמות. יש מעט תלמידים שיכולים להתמודד עם משימות ברמות 5-6, כך שגם בפולין (שהתקדמה מאד במבחני 2018 למקום

שני באירופה במתמטיקה) מדובר בממוצע על תלמיד אחד ברמה זו בכיתה שלמה. החלומות שלנו לגבי ידיעת המתמטיקה רחוקים מאד מהמציאות. האוכלוסייה הכללית חלשה למדי במתמטיקה. ברוח אפלטון, עבורי המתמטיקה אמיתית בדיוק כמו שאר העולם. אנחנו מגלים תיאוריות, לא ממצאים אותן. כך שאני מעדיף לדבר על בעיות חיים אמיתיות (real-life problems) ולא על בעיות עולם אמיתיות (real-world problems) כי, מבחינתי, בעיות מתמטיות טהורות הן באותה מידה "בעיות עולם".

גוס: אני לא עושה כל שימוש ברמות פיז"ה בעבודתי.